


AGRÉGATION DE MATHÉMATIQUES

Concours externe

Contacts


U.F.R. Sciences et Techniques – Département de mathématiques
9, avenue Alain Savary – BP 47870 – 21078 DIJON CEDEX

Responsables : Patrick GABRIEL
Shizan FANG

 : 03.80.39.58.29

 : 03.80.39.58.43

Secrétariat : Muriel PRINET

 : 03.80.39.58.10

Accès au concours et à la préparation

À titre indicatif, à vérifier par l'étudiant :

- **Pour se présenter au concours** : Être titulaire d'une maîtrise ou diplôme de niveau au moins égal ou avoir le CAPES ; CAPET ; CAPEPS ; CAPLP2 et être ressortissant de l'Union Européenne ou d'un état appartenant à l'Espace Économique Européen.
- **Inscription au concours**

Dès la rentrée, auprès du Rectorat, Service de l'Enseignement Supérieur, Bureau des Examens et Concours.

Site internet : <http://www.education.gouv.fr/fiac>

Le programme est publié chaque année au BOEN (juin). Il est également disponible au CRDP.

Pour se présenter à la préparation :

(Une préinscription entre juillet et septembre suivie de l'inscription définitive en octobre)

- Être au moins titulaire d'une maîtrise récente ou d'un master de Mathématiques.
- L'inscription des titulaires du CAPES de Mathématiques (non titulaires de la maîtrise) et en formation à l'IUFM sera aussi possible.
- Les autres cas de figure sont étudiés par une commission.

Organisation de la préparation

Préparation à l'agrégation externe de mathématiques

Articulation avec le Master II de Mathématiques

Pour l'année transitoire 2009-2010, on propose aux étudiants, ayant déjà validé un master I de mathématiques et souhaitant préparer l'agrégation, un cursus qui leur permette de préparer et présenter les épreuves de ce concours lors de son édition 2010, tout en ayant la possibilité de suivre la deuxième année du master II de mathématiques approfondies.

Ce double objectif, devant se faire en préservant les chances de réussite au concours et avec une orientation recherche suffisamment marquée, nous avons mis en place des mutualisations d'enseignements et une articulation plus structurée entre préparation à l'agrégation et master MA.

En cohérence avec les choix d'options proposés aux étudiants de cette université dans leurs cursus de Licence et de Master, l'Université de Bourgogne ne prépare qu'à l'option A : Probabilité et Statistique de l'agrégation externe de mathématiques

La préparation à l'agrégation externe de mathématiques, s'organise de mi-septembre à mi-juin, autour de six blocs d'enseignement avec pour objectif de compléter la formation des étudiants dans le contexte du programme de l'agrégation dont on peut trouver copie sur le site :

<http://agreg.org/ProgAgregMath2009.pdf>

Elle se structure autour de la mise en pratique des connaissances acquises, pour la résolution de problèmes, la présentation de leçons et l'élaboration de modélisations.

Ce programme concerne des mathématiques fondamentales propres à tout mathématicien. Présenté pour partie dans le cursus antérieur des étudiants, il n'a pu en général être entièrement approfondi ni entièrement assimilé et le découpage des formations en UE, n'a pas toujours permis de mettre en évidence l'interaction et la complémentarité des divers théories et points de vue qu'il recouvre.

La préparation a pour objectif l'approfondissement et la mise en place concomitante au sein d'un même problème de méthodes complémentaires et l'appropriation par les étudiants d'acquis dont ils doivent avoir une maîtrise suffisante pour pouvoir les organiser au sein d'une construction et présentation de leçon, ou les utiliser en vue de proposer et critiquer une modélisation relevant d'autres disciplines. Ce triple objectif est conforme aux modalités et à l'esprit des épreuves du concours.

1) PRÉPARATION A L'ÉCRIT DE L'AGRÉGATION EXTERNE DE MATHÉMATIQUES

De mi-septembre à la fin mars la préparation à l'écrit de l'agrégation, s'organise autour de trois blocs d'enseignements qui permettent chacun la validation de crédits ECTS :

Les deux premiers mutualisés pour partie avec le Master de mathématiques approfondies MA semestre 3 sont suivis par l'ensemble de la promotion de ce Master (11 ECTS), le troisième en étant une option (8 ECTS).

Des problèmes sont donnés régulièrement à rédiger aux étudiants et un suivi personnalisé des copies des agrégatifs permet de cerner leur évolution et de les conseiller dans l'apprentissage de cet exercice de style que constitue la rédaction d'un problème de concours.

Deux épreuves blanches d'agrégation (de 6h chacune) sont la base du contrôle continu et terminal pour la validation de chacune des unités

Cours de Préparation à l'Agrégation n°1 couplé avec l'UE du MA2 : Algèbre

2009-2010 - Semestre 1

Intervenant : Lucy Moser-Jauslin

Le volume horaire de cet enseignement est de 34h CM dont 30h sont mutualisés avec le master MA et 4h sont spécifiques à la préparation à l'agrégation. Il permet la validation de 11 ECTS.

1) Extensions de corps

Extensions algébriques, Clôture algébrique, séparabilité, extensions simples, construction des corps finis, homomorphisme de Frobenius, automorphismes d'un corps, groupe de Galois

2) Polynômes

Polynômes symétriques, discriminants, résultants

3) Rappels sur l'algèbre linéaire I

Polynômes caractéristiques, polynômes minimaux, théorème de Cayley-Hamilton, décomposition de Dunford-Schwarz, Forme normale de Jordan, matrice compagnon

4) Modules sur un anneau principal

Applications : (a) Classification des groupes abéliens finis, (b) formes canoniques des classes de similitude des matrices

5) Rappels sur l'algèbre linéaire II

Forme bilinéaire symétrique et hermitienne, (positive définie), orthogonalité, isométrie

6) Topologie de quelques groupes de Lie classiques

Compacité de $SU(n)$ et $SO(n)$

Quaternions, $SU(2)$, $SO(3)$

Décomposition polaire de $GL(n;C)$ et $GL(n;R)$.

7) Théorème de Sylow et actions de groupes

8) Théorème de Wedderburn

9) Réseaux dans R^n .

Théorème de Minkowski

BIBLIOGRAPHIE

- J.P. Escoffier, Théorie de Galois, deuxième édition, *Dunod* (2000)
- X. Gourdon, Les maths en tête, Algèbre, *Ellipses* (1994)
- A. Jeanneret et D. Lines, Invitation à l'algèbre, *Cépaduès* (2008)
- S Lang, Algebra, seconde édition, *Addison-Wesley*, 1984
- R. Mneimné et F. Testard, Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques, *Hermann*, 2005
- D. Perrin, Cours d'Algèbre, *Ellipses*, 1994
- L. Schwarz, Algèbre 3^{ème} année, deuxième édition, *Dunod*, 2003
- D. Serre, Les matrices : Théorie et Pratiques, *Dunod*, 2001

Cours de Préparation à l'Agrégation n°2 couplé avec l'UE du MA2 : Analyse

2009-2010 - Semestre 1

Intervenant : Shizan Fang

Le volume horaire de cet enseignement est de 34h CM dont 30h sont mutualisés avec le master MA et 4h sont spécifiques à la préparation à l'agrégation. Il permet la validation de 11 ECTS.

Ce cours revisite, d'un point de vue approfondi et avancé, les thèmes importants en Analyse. Il permet aux étudiants d'acquérir une base solide et utile tant pour la préparation d'une thèse, que pour la préparation de l'agrégation. Les sujets comportent :

- 1) Série de Fourier et Transformation de Fourier
- 2) Espace de Banach et de Hilbert
- 3) Calcul différentiel et Intégration sur \mathbb{R}^d
- 4) Equations différentielles
- 5) Séries aléatoires

Références :

- S.D. Chatterji : Cours d'Analyse I et III, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2004.
- W. Rudin : Analyse réelle et complexe, Masson et CIE, 1975.
- X. Gourdon, Les maths en tête, Analyse, Ellipses, 1994
- M. Brancovan et T. Jeulin : Probabilités, Mathématiques à l'université, Ellipses, 2006.

Cours Agrégation n°3 couplé avec l'Option du MA2 : Mathématiques Approfondies

2009-2010 - Semestre 1

Intervenants : S. Fang – J.P. Vannier - E. Visinescu

Cet enseignement a un volume horaire de 56h CM, pris sur l'attribution de la préparation à l'agrégation. Les 30h où est exposé le corpus mathématique proprement dit, constituent un module optionnel du master MA2 permettant la validation de 8 ECTS. Elles sont complétées par 26h de mise en place et d'illustration de ces notions dans le contexte de problèmes de concours où, simultanément, interviennent de façon croisée plusieurs théories.

Ce cours d'**Algèbre, Analyse et Géométrie approfondies** ayant pour vocation la préparation du concours, s'appuie sur le programme des épreuves écrites de l'agrégation, pour en présenter certains approfondissements et prolongements naturels, ayant déjà servi ou pouvant servir de cadre à des problèmes de concours.

Les enseignants mettent par ailleurs l'accent sur la capacité des étudiants à résoudre des tels énoncés et sur leur pratique de la rédaction des solutions, en proposant la résolution de sujets types et en faisant l'analyse approfondie de leurs corrigés. Sont abordés des thèmes tel que :

- 1) Méthodes algébriques et méthodes analytiques pour l'arithmétique.
- 2) Analyse réelle et complexe à une et plusieurs variables.
- 3) Principe du maximum et applications.
- 4) Analyse fonctionnelle, critères de compacité ; les espaces classiques.
- 5) Opérateurs dans les espaces de Hilbert et de Banach.
- 6) Les méthodes de régularisation et d'approximation liées à l'intégration.
- 7) Sous-variétés de \mathbb{R}^d : espaces tangents, métriques, courbure, extrémum liés.
- 8) Courbes et surfaces.
- 9) Probabilités.

Références :

- G.H. Hardy & E.M. Wright : Introduction à la théorie des nombres *Vuibert-Spinger* (2007)
- Roger Godement : Analyse mathématique vol 1-2-3-4 *Springer* (2003)
- P. Tauvel : Algèbre, Collection Agrégation-Master, *Dunod*, 2005.
- P. Tauvel : Géométrie, Collection Agrégation-Master, *Dunod*, 2005.
- S.D. Chatterji : Cours d'Analyse I, II et III, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2004.
- Haïm Brezis : Analyse fonctionnelle *Dunod* (2005)
- W.Rudin : Analyse réelle et complexe, (3^{ième} édition) *Dunod*, 1998.
- L.Schwartz : Topologie générale et analyse fonctionnelle, *Hermann*, 1970
- H.Cartan : Fonctions holomorphes, *Hermann*
- Rouvière : *Cassini*
- H.Queffelec & C. Zuily : Analyse pour l'agrégation 3^{ième} édition *Dunod*
- Les Rapports du jury et sujets d'agrégation des années antérieures

II) PRÉPARATION A L'ORAL DE L'AGRÉGATION EXTERNE DE MATHÉMATIQUES

L'Université de Bourgogne ne prépare qu'à l'option A de probabilité et statistique.

1) Préparation aux deux premières épreuves de l'oral de l'agrégation :

- Cours Agrégation n° 4 : Leçons d'algèbre et géométrie : 43h (CM)
- Cours Agrégation n° 5 : Leçons d'analyse et probabilités : 43h (CM)

Ces enseignements spécifiques à la préparation à l'agrégation, pour un volume horaire total de 86h CM réparti sur la durée de la préparation, ne donnent accès à aucun crédit ECTS et comportent pour chacun des deux types d'épreuves :

Des cours préparatoires, concernant tant le programme et ses illustrations spécifiques pour l'oral (développements, exercices, exemples et contre-exemples), que la manière de concevoir une leçon, de l'introduire et la replacer dans le contexte aussi bien historique de l'évolution des concepts mathématiques que dans celui du corpus mathématique global actuel, et de la positionner dans le cadre d'un enseignement à niveau post bac ou Licence, puis de l'ouvrir sur des développements à proposer au jury avec présentation complète et détaillées de points précis mettant en œuvre les notions centrales de chaque leçon.

La présentation par les étudiants de leçons choisies parmi celles proposées par le jury

<http://agreg.org/Agreg2009/lecons2008.pdf>

(41 intitulés en algèbre et géométrie et 41 en analyse et probabilités)

Une planification des leçons présentées sera faite permettant aux futurs candidats de préparer à l'avance leurs exposés, de les soumettre et d'en discuter avec l'enseignant responsable qui pourra les aider dans leurs recherches bibliographiques, et dans le choix des thèmes, avant présentations effectives. Un exposé d'une heure (conditions du concours) sur chaque leçon sera suivi d'une analyse et d'une critique de celle-ci.

Compléments et propositions de présentations et thèmes alternatifs seront donnés par l'enseignant avec une analyse et une critique des documents de la bibliographie afférente.

Des épreuves blanches (conditions du concours tant pour la préparation que pour l'exposé devant un jury de plusieurs enseignants) seront organisées.

Une analyse des regroupements possibles des leçons et de leurs articulations entre elles sera menée autour du choix de développements communs et transverses aux leçons.

C'est dans cet esprit que certains étudiants inscrits parallèlement au Master MA de mathématiques pourront mener un travail personnel, conduisant à la présentation d'un mémoire de master à orientation didactique.

2) Préparation à la troisième épreuve spécifique de modélisation option A (probabilités et statistiques) pour l'oral de l'agrégation :

Cours Agrégation n° 6 – Option du MA2 : Modélisation

2009-2010 - Semestre 2

Intervenants : P. Cenac - P. Gabriel - P.A. Zitt

Cette préparation permet de valider les 8,5 crédits ECTS du module optionnel de Modélisation proposé au cours du semestre 2 du Master MA2. Ce module mutualise 40h d'enseignement avec le Master MIGS, complétées par 40h CM prises sur l'attribution spécifique de la préparation à l'agrégation.

Cette formation s'appuie pour partie sur un enseignement de 40 h donné dans le cadre du master MIGS II pour le module de Modélisation probabiliste : UE 7 de deuxième année de ce master, dont le programme porte sur les notions suivantes :

- Simulation de variables aléatoires,
- Processus de Poisson,
- Méthodes de Monte Carlo,
- Réduction de la variance,
- Modèle de Cox-Ross Rubinstein,

et pour partie sur un enseignement spécifique, pour un volume horaire de 40h CM pris sur l'attribution de la préparation à l'agrégation, complétant la formation sur les parties du programme de l'agrégation non incluses dans l'UE précédente :

- Chaînes de Markov,
- Martingales,
- Vecteurs gaussiens,
- Modèles linéaires,
- Statistique inférentielle (tests et intervalles de confiance),

avec mise en place de modélisations effectives, telles celles proposées à l'épreuve orale du concours. Les modalités de celle-ci :

- lecture et assimilation rapide de textes du type articles de recherche en modélisation, rédaction, présentation et critique (sous forme de plan et "d'abstract") des objectifs et méthodes proposés dans le texte,
- développement de points et démonstrations seulement évoqués ou initiés dans le texte,
- présentation d'illustrations informatiques avec critique qualitative et quantitative des modèles proposés et de leurs simulations,

exigent un apprentissage diversifié :

- en **probabilité et statistique** sur le programme déjà évoqué,
- **d'exemples de modélisations** en finance, biologie, contrôle, dynamique de population, dynamique de réactions chimiques...
- **d'outils et langages informatiques** (SCILAB et Maple seront utilisés),
- **d'algorithmes** dont évoquera la critique de l'adéquation au modèle et l'évaluation des performances.

On demandera aux étudiants de faire des présentations de textes avec préparation préalable en temps libre. Deux épreuves blanches dans les conditions du concours (temps et documentation limités) seront proposées et donneront lieu à une présentation devant jury.

C'est dans un esprit de synthèse que certains étudiants inscrits parallèlement au Master MA de mathématiques pourront mener à partir de textes proposées, un travail personnel, conduisant à la présentation d'un mémoire de master à orientation modélisation et didactique.

BIBLIOGRAPHIE

- Bercu et Chaffai** : Modélisation stochastique et simulations, *Dunod*, 2007
Ross : Initiation aux probabilités, *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*, 2007
Lessard et Monga : Statistique, concepts et méthodes
Bickel et Doksum : Mathematical statistics
Delmas et Jourdain : Modèles aléatoires, *Springer*
Pardoux : Processus de Markov et applications, *Dunod*
Ouvrard : **Probabilités 2** Master – agrégation, *Cassini*, 2004
Benaïm et El Karoui : Promenade aléatoire, *Les éditions de l'école Polytechnique*
Lejeune, Saporta et Dreesbeke : Analyse statistique des données spatiales
Montfort : Cours de statistique mathématique, *Economica*

LA PRÉPARATION A L'AGRÉGATION EXTERNE DE MATHÉMATIQUES ET SON ARTICULATION AVEC LE MASTER Mathématiques Approfondies II

A titre d'indication, notons que pour arriver aux 60 ECTS à valider pour l'obtention du MA2, un étudiant inscrit conjointement au master et à la préparation à l'agrégation sera amené à suivre et valider, en plus des enseignements déjà mentionnés, un cours du MA2 semestre 2 (8,5 ECTS), l'enseignement d'anglais (2 ECTS) et présenter enfin un mémoire (11 ECTS). Voir la maquette du MA2 pour plus de précisions.

Le mémoire n'est pas à proprement parler un des volets de la préparation à l'agrégation, mais comme il en a déjà été fait mention, il pourra s'appuyer pour partie sur les cours d'agrégation n°4, n°5 et n°6 de cette préparation, dans le cas où il sera à orientation didactique ou de modélisation.

Tableau récapitulatif

Cours d'AGREG	Volume total	Moyens relevant de la prépa AGREG	UE du MA2 correspondante	ECTS	Remarque
N°1 mutualisé pour partie avec le MA2	34h	34h CM	Algèbre s.1	11	30 h mutualisées MA2-AGREG
N°2 mutualisé pour partie avec le MA2	34h	34h CM	Analyse s.1	11	30 h mutualisées MA2-AGREG
N°3 mutualisé pour partie avec le MA2	56h	56h CM	Mathématiques approfondies s.1	8	30 h mutualisées MA2-AGREG : constituent une option du MA2
N°4 spécifique AGREG	43h	43h CM			
N°5 spécifique AGREG	43h	43h CM			
N°6 option du MA2	80h	40h CM	Modélisation s.2	8,5	40h mutualisées MA2-AGREG-MIGS2
290h 250h CM			38,5		

Le fonctionnement de la préparation à l'agrégation cours n°1 à 6 ouvre droit pour les étudiants de cette préparation à **290h** d'enseignements.

En complétant cette formation par les 3 UE du MA2 semestre 2 déjà mentionnées, ils peuvent avoir accès à la totalité des **60 crédits ECTS du MA2** et valider le cas échéant ce master.

Epreuves du concours

Épreuves écrites d'admissibilité

1° Composition de mathématiques générales (durée : six heures ; coefficient 1).

2° Composition d'analyse et de probabilités (durée : six heures ; coefficient 1).

Épreuves orales d'admission

Les candidats ont le choix entre quatre options :

- option A : probabilités et statistiques (seule option préparée à l'Université de Bourgogne) ;
- option B : calcul scientifique (non préparé à l'Université de Bourgogne) ;
- option C : algèbre et calcul formel (non préparé à l'Université de Bourgogne) ;
- option D : informatique (non préparé à l'Université de Bourgogne).

Le choix de l'option s'effectue lors de l'inscription. Les candidats proposés par le jury pour l'admission ne font pas l'objet de classements distincts selon l'option choisie.

Option A : probabilités et statistiques

Option B : calcul scientifique

Option C : algèbre et calcul formel

1°) Épreuve d'algèbre et géométrie (durée de la préparation : 3 heures ; durée de l'épreuve : 1 heure maximum ; coefficient 1). L'épreuve est commune aux options A, B et C.

2°) Épreuve d'analyse et probabilités (durée de la préparation : 3 heures ; durée de l'épreuve : 1 heure maximum ; coefficient 1). L'épreuve est commune aux options A, B et C.

Pour chacune de ces épreuves :

- deux sujets au choix sont proposés par le jury au candidat ;
- pour la préparation, le candidat dispose de documents fournis par le jury et peut utiliser ses propres ouvrages s'ils sont autorisés ;
- à l'issue de la préparation, le candidat présente au jury un plan d'étude détaillé du sujet qu'il a choisi. Ce plan est présenté quinze minutes au maximum. Il est suivi du développement d'une question qui lui est liée. L'épreuve se termine par un entretien avec le jury au cours duquel celui-ci peut éventuellement proposer un ou plusieurs exercices.

3°) Épreuve de modélisation (durée de la préparation : 4 heures ; durée de l'épreuve : 1 heure et quinze minutes maximum ; coefficient 1).

L'épreuve porte sur un programme commun aux options A, B et C et sur un programme spécifique à l'option choisie.

Deux textes de modélisation mathématique sont proposés au candidat suivant l'option choisie.

Pour la préparation, le candidat dispose de documents fournis par le jury et peut utiliser ses propres ouvrages s'ils sont autorisés. Il dispose également d'un ordinateur muni des logiciels indiqués au programme de l'option. Le candidat présente un exposé construit à partir du texte choisi. Il peut en faire la synthèse, détailler la signification et le schéma de preuve de résultats choisis dans le texte, en montrer l'exploitation dans une séquence pédagogique. Cette séquence pédagogique peut faire l'usage d'une illustration à l'aide des logiciels indiqués au programme.

Le jury intervient à son gré au cours de l'épreuve et conduit le dialogue avec le candidat.

Le programme des épreuves d'admissibilité et d'admission du concours externe de l'agrégation de mathématiques fait l'objet d'une publication au Bulletin officiel de l'éducation nationale."(B.O. à venir)

Toutes ces informations sont provisoires et susceptibles d'être modifiées selon les directives du Ministère.